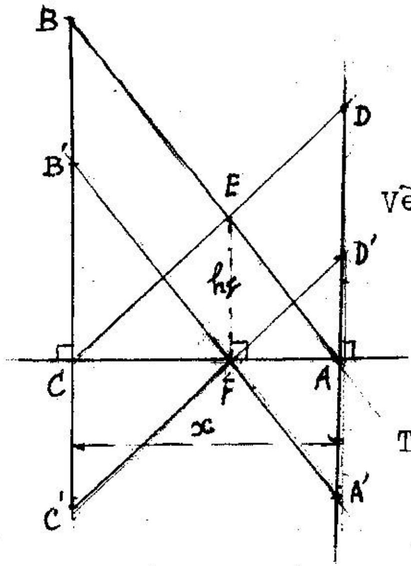
Giải Đáp Bài Toán

TRANG IOI LT AHCC SỐ 26
do AH Trần mộng Châu ra đề ngày 26-2-1983



GIẢ THIẾT : $AB = L = 60$ bộ
$CD = l = 6\sqrt{52}$ bộ $= 43,2626$ bộ
$EF = h = 16$ bộ

Ẩn số $= x$? ($AC = x$)

Bài Giải

Vẽ C'D' và A'B' ngang qua F và song song với CD AB

$BB' = CC' = AA' = DD' = EF = h$

$AC = x$.

$BC = \sqrt{L^2 - x^2}$

$AD = \sqrt{l^2 - x^2}$

$B'C = BC - BB' = \sqrt{L^2-x^2} - h$

$AD' = AD - DD' = \sqrt{l^2-x^2} - h$

Thalès cho ta viết :

$$\frac{CC'}{AD'} = \frac{B'C}{AA'}$$

$$\frac{h}{\sqrt{l^2-x^2}-h} = \frac{\sqrt{L^2-x^2}-h}{h}$$

$$\Longrightarrow h^2 = (\sqrt{L^2-x^2}-h)(\sqrt{l^2-x^2}-h)$$

$$\boxed{\sqrt{L^2-x^2}\cdot\sqrt{l^2-x^2} = h(\sqrt{L^2-x^2}+\sqrt{l^2-x^2})}$$

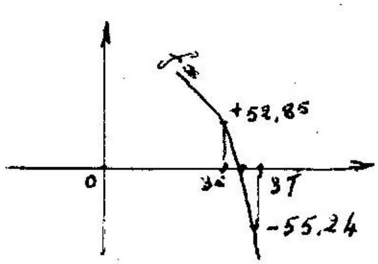
Đặt $f(x) = \sqrt{L^2-x^2}\cdot\sqrt{l^2-x^2} - h(\sqrt{L^2-x^2}+\sqrt{l^2-x^2})$

Kiếm x để cho $f(x) = 0$

Kẻ tiểu đệ này nhận thấy khai triển thì có phương trình bậc 4 không có dạng đặc biệt (xin xem phần sau).

Sư tổ toán học Cardan chỉ dậy cách giải phương trình bậc 3 và một sư tổ khác là Galois chết 21 tuổi, đã chứng minh là không thể giải bằng giải tích bằng phương trình có bậc cao hơn bậc 4. Còn phương trình bậc 4 chỉ có thể giải được nếu gặp có dạng đặc biệt (bicarré hay réciproque), ngoài ra thì phải giải theo lối mò mẫm (theo ngu ý).

Kẻ tiểu đệ này bèn vận dụng phương pháp rất thực tiễn của Giáo-sư Tạ Huyền giây tiền trắc lương (avant métré) hồi năm 1954 là vẽ hình cho thật chính sác rồi đo để tìm "nghiệm số". Với phương pháp này kẻ tỉ tiện được trị số của x khoảng từ 35 đến 37.



Với trị số $x = 35$ ta có $f(x) = +52,88$
$x = 37$ $f(x) = -55,24$

Đồ biểu $y = f(x)$ có dạng như hình vẽ; vậy trị số của x : $35 < x < 37$

với $x = 36$ $f(x) = 0$

Vậy $x = 36$ bộ

Kẻ tỉ tiện này chưa thỏa mãn về phương pháp lưỡng-phân (dichotomie) này nên xin các bạn chỉ giáo cho phương pháp giải bài toán này xin đa tạ.

Phương trình bậc 4 tìm thấy như sau :

$$\sqrt{L^2-x^2}\cdot\sqrt{l^2-x^2} = h(\sqrt{L^2-x^2}+\sqrt{l^2-x^2})$$

Đặt $X = \sqrt{L^2-x^2}$ $Y = \sqrt{l^2-x^2}$

 (xem tiếp trang 32)