

## Vài bài Toán vui làm tôi nhớ mãi

*Nguyễn Đức Thịnh*

### Mua số mau lên ...

.....

Kiến thiết quốc gia

Giúp đồng bào ta

Xây đắp muôn người

Được nên cửa nhà

.....

Chúng ta hẳn ai cũng nhớ “quái kiệt” Trần Văn Trạch hát bài này để bắt đầu chương trình xổ số hàng tuần trên đài phát thanh Saigon năm xưa. Kỹ thuật xổ số hay nói cách khác cách thức chọn những số trúng đã thay đổi nhiều.

Ngày nay, nếu bạn chơi Powerball Lotto thì cách chọn 6 số trúng như sau: 69 quả banh nhỏ, trắng, như banh đánh gôn, bằng cao su, mang số từ 1 đến 69 để trong một bình thủy tinh và được máy sóc lên rồi dưới đáy mở ra cho 5 quả banh rơi ra.

Số trúng thứ 6 gọi là Powerball được chọn một cách tương tự từ 26 banh màu đỏ. Người mua vé số không khỏi tự hỏi là không biết có bao nhiêu tổ hợp (combinasons) 5 banh lấy ra từ 69 banh? Đó là bài toán số tổ hợp (Combination number) khá phổ thông.

$$C_{5,69} = 69!/5! \times (69-5)!$$

$C_{5,69}$ : số tổ hợp 5 banh lấy từ 69 banh

$5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$  gọi là “Thừa số 5”, Factorial 5

$$(Tức là = 65 \times 66 \times 67 \times 68 \times 69 / 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 11,238,513)$$

Nếu tính luôn powerball (nhân số trên với 26 banh đỏ) thì số tổ hợp để có cả 5 trắng và 1 đỏ là 292,201,338; nghĩa là xác suất

để trúng lô độc đắc nếu mua một vé số là 1/292,201,338).

Công thức này cho thấy số tổ hợp của 5 banh lấy từ 69 banh cũng giống như số tổ hợp của 64 (69 trừ 5) banh lấy từ 69 banh.

Một cách tổng quát số tổ hợp của “p” banh lấy từ “n” banh cũng giống như số tổ hợp của “n-p” banh lấy từ “n” banh.

$$C_{p,n} = n! / p! \times (n-p)!$$

Công thức này được giảng ở lớp dự bị năm thứ nhất sau Tú Tài của các chương trình khoa học.

Niên khoá 1962-63 là năm chúng tôi học lớp dự bị năm thứ nhất tại Paris để chuẩn bị thi vào các trường kỹ sư bên Pháp. Một hôm anh bạn VN nội trú ở Lycee Louis Le Grand (ít SVVN) gần trường Lycee Saint Louis (cũng ở khu Quatier Latin, nơi tôi học, nhiều SVVN hơn) qua chơi và anh ta nói ông thầy Toán hỏi lớp anh ta là tại sao số tổ hợp “p” vật thể (objects) lấy từ “n” vật thể lại bằng số tổ hợp của “n-p” vật thể cũng lấy từ “n” vật thể?

Ông ta cho lời giải là khi “p” vật thể được lấy ra từ “n” vật thể thì **những vật thể còn lại là “n-p”**. Tức là ta được một tổ hợp của “n-p”. Như vậy số tổ hợp của “p” phải bằng số tổ hợp của “n-p”.

Có lẽ nhiều AH cũng biết lý luận này.

Điều này làm tôi nhớ công thức Số Tổ Hợp cho đến ngày nay.

Những suy luận thực tiễn giúp chúng ta rất nhiều để giải toán hay các vấn

đề kỹ thuật khác. Những suy luận thực tiễn nhiều khi phát xuất từ *sự phán đoán thông thường* (common sense). Sự phán đoán thông thường nảy sinh từ môi trường/xã hội tân tiến. Khi mới qua Pháp, học chung với các SV Pháp, tôi nhận thấy tôi thua kém họ về phán đoán thông thường rất nhiều. Sống bên Mỹ, tôi thấy người Mỹ nói chung có phán đoán thông thường rất mạnh. Xã hội VN ngày nay với đủ cạnh tranh bất chánh, lừa lọc, dối trá không thể phát triển phán đoán thông thường một cách lành mạnh được.

### Chuyện trong quán ăn

Một người thuộc loại nặng ký vào tiệm ăn. Anh ta ghé cái ... mông ngồi lên cái bàn ọp ẹp. Bà chủ quán sợ chân bàn gãy quá, nhưng may chân bàn không gãy. Các chân bàn chỉ bị lún xuống một chút xíu (không nhận thấy).

Đầu đề toán học có thể được diễn tả như sau:

Một vật nặng (load) được đặt trên một cái bàn có 4 chân. Điểm đặt không nằm ở giữa mặt bàn. Câu hỏi là mỗi chân bàn rút ngắn lại bao nhiêu dưới tác dụng của vật nặng (giả dụ là mặt bàn và sàn gạch rất cứng không bị biến dạng)? Đó là một bài toán vô định (indeterminate). Bài toán này là bài tập trong năm thứ nhất trường kỹ sư tôi học ở Lyon. Tôi không nhớ rõ chi tiết là tôi đã làm như thế nào. Cách giải cũng không phải là câu chuyện tôi muốn đề cập hôm nay.

Đến hôm trả bài, thầy phụ giáo (Teacher Aid) cầm bài của tôi lên và nói tôi làm đúng cả “*bốn chân*” và cho 20/20. Tôi đang “*lơ lửng trên mây xanh*” thì ông ta “*phạng*” cho một câu: “*Cái bàn bị lún xuống dưới sức nặng nhưng đầu của bốn chân vẫn phải nằm trên mặt phẳng của*

*bàn. Nghĩa là khi các anh (cả khoá của tôi gồm 70 SV không có một “công chúa” nào cả) giải được 3 chân rồi thì chân thứ tư phải nằm trên mặt phẳng xác định bởi đầu của 3 chân kia. Dùng Hình Học Giải Tích có thể tìm ra nhanh hơn.”*

Tôi nghĩ mà phát tức cười vì nếu chân thứ tư bị rút ngắn nhiều quá thì cũng như chân này co lên khỏi mặt đất! Còn nếu chân này rút ngắn ít quá thì cũng như bàn bị cập kênh sau khi bị đè bởi vật nặng?? Điều này làm tôi nhớ bài toán này cho đến ngày nay.

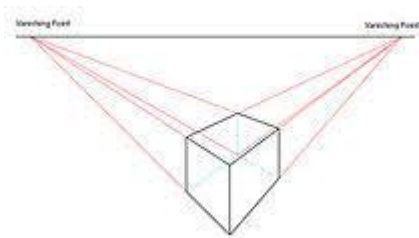
Cũng là thiếu suy luận thực tiễn và phán đoán thông thường.

Tôi thích bắt đầu một bài toán bằng một thí dụ phổ thông hàng ngày. Như vậy đỡ khô khan hơn và làm sinh viên dễ nhớ. Tôi còn nhớ ông thầy dạy “Sức Chịu Vật Liệu” tại trường kỹ sư tôi học thì không cho một thí dụ thực tiễn nào mà “*chơi*” toàn phương trình vi phân, nguyên hàm và đạo hàm! Đến khi sang Mỹ tôi vớ được cuốn text book “Introduction to Mechanics of Solids” của Berkeley thì mê quá và làm tôi hiểu và nhớ nhiều. Tôi có cơ hội được biết một ít sách giáo khoa kỹ thuật của Mỹ, Pháp và Nga Sô (được dịch sang tiếng Pháp); thì thấy dễ hiểu nhất là sách Mỹ, sau đó đến Pháp, chót là Nga Sô. Cách trình bày của các tác giả Nga Sô tôi thấy thuần lý thuyết, diễn tả toàn bằng phương trình thành rất khó nhớ!

### Vẽ Phối Cảnh và Vẽ hình khoả thân

Vẽ phối cảnh (perspective) là vẽ hình ba chiều như thí dụ sau:

Trong hình này một khối cube được vẽ bằng 2 điểm nhìn (view point). Phối cảnh có thể vẽ với 1 điểm nhìn. Thầy Ngọc dạy vẽ tôi năm đệ Thất (1954-1955)



tại trường Trần Lục, Saigon. Thầy rất thích cho vẽ Phối Cảnh. Hôm đó Thầy cho vẽ phối cảnh 2 điểm nhìn một cái ghế 4 chân có dựa với 4 thanh ngang nối các chân ghế. Hàng ghế phía sau tôi có anh Chắc ngồi. Anh Chắc hơn tôi đến năm, sáu tuổi. Thời đó những thanh niên học vẫn bị gián đoạn vì chiến tranh vào học chung với các học sinh kém tuổi nhiều. Anh Chắc vẽ rất giỏi và là học trò cưng của Thầy. Tôi tình cờ ngoảnh đầu xuống thì há hốc mồm vì anh Chắc chẳng vẽ ghế gì cả mà đang vẽ một thiếu nữ khoả thân. Hai lọn tóc quăn buông thả trên thân thể nở nang, không manh áo, cặp mắt lẳng lơ, miệng cười mỉm. Người đẹp này là người ngoại quốc, không giống thiếu nữ Việt Nam. Có thể lúc đó anh Chắc đã xem Playboy. Anh ta hơn hẳn chúng tôi về nhiều mặt, trừ Toán Lý Hoá! Dưới ngọn bút thần kỳ của anh, người đẹp dần dần hiện ra lồ lộ, bốc lửa trên giấy trắng. Người vẽ say sưa vẽ, còn cậu học trò 11 tuổi tò mò thì chăm chú theo dõi nét bút thoăn thoắt đi xuống. Tôi linh cảm có người đang nhìn (lén) nên ngừng đầu lên. Thầy Ngọc đứng sừng sững giữa anh Chắc và tôi từ bao giờ. Tôi hồn vía lên mây.. không “*biết nói gì đây*”. Thầy không nói một lời, lặng lẽ lấy cái bút của anh Chắc và... sửa đổi vài nét trên bức tranh khoả thân đã gần hoàn tất, rồi lặng lẽ trở lại bàn giấy, như không có chuyện gì xảy ra!

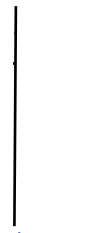
Nàng nghệ thuật đã vượt khỏi khuôn phép học đường.

Chuyện này làm tôi nhớ mãi vẽ phối cảnh với Thầy Ngọc.

Sau 1975 có anh bạn cùng lớp kể lại là gặp anh Chắc vá ruột xe đạp ở vỉa hè đường phố Saigon. Lúc đó người ta không đủ ăn, ai mà bỏ tiền mua tranh của anh Chắc! Anh Chắc rất vui mừng gặp lại bạn học cũ, bèn đóng “cửa tiệm”, thật ra là bỏ đồ nghề vào thùng đạn cũ đóng nắp lại, rồi sách theo, mời anh bạn cùng lớp hơn 20 năm trước đi nhậu mừng tái ngộ. Chỉ có ly rượu nhạt với vài hột lạc rang!

### Vẽ phối cảnh và thi vấn đáp vào trường Polytechnique

Giả dụ một lãng tử đi trên con đường thẳng, một bên có hàng cây. Cây trồng thẳng tắp và cao bằng nhau. Khoảng cách giữa hai cây đều bằng nhau. Nếu tôi cho bạn 2 đường thẳng đứng tượng trưng cho 2 cây sát nhau, vì nhìn theo kiểu phối cảnh 1 điểm nhìn, cây số 2 ngắn hơn cây số 1 cả phía chân lẫn ngọn, bạn có thể vẽ cây số 3 sát bên cây số 2 không?



Đó là bài hỏi vấn đáp vào trường Polytechnique bên Pháp vào năm 1964. Người bạn SV ngoại quốc nói với tôi là anh ta “*bị*” hỏi câu này và hỏi tôi có biết giải không?

*Tôi không nộp đơn thi Polytechnique thì tôi bận tâm làm gì cho một óc!*

AH nào giải được bài này thì xứng đáng được vào trường Polytechnique.... năm 1964. Còn những ai .... “*không có thì giờ*” thì xin xem bài giải của anh bạn tôi

(anh ta đã đậu vào Polytechnique) trang...

Từ năm 2000 Pháp tổ chức tuyển lựa sinh viên ngoại quốc vào trường Polytechnique tại nhiều quốc gia trong đó có Việt Nam (tổng số được chọn là 100. Sĩ số diện chính qui của Polytechnique là 400). Tại VN, SV được chọn lọc dựa vào thành tích các kỳ thi Toán, Vật Lý quốc tế (Olympiads) hay 2 năm đại học khoa học rồi qua một kỳ thi vấn đáp, không phải học hai năm dự bị MPSI ( Math, Physique & Sciences d'Ingenieur, tên trước 1997 là Mathematiques Superieures, Mathematiques Speciales) như SV học ở Pháp. Riêng VN, mấy ai tốt nghiệp rồi về nước làm việc, nhất là khi phong trào “Lên

Thuyền”, di tản giáo dục, đang rất rầm rộ tại VN hiện nay.

Tôi có người bạn VN đậu vào Polytechnique năm 1964. Anh sau làm nhân viên giảng huấn trường Polytechnique. Trường Polytechnique trong 10 năm (từ năm 2000 cho đến khi anh về hưu) đều cử anh về VN hỏi vấn đáp các thí sinh VN đã được chọn lọc. Khi chính quyền CS “cởi mở” cho du học dễ dàng, anh cho biết SVVN thích du học Mỹ hơn và ghi học về Kinh Tế, Quản Trị nhiều hơn là ngành kỹ sư. Số SVVN nộp đơn vào Polytechnique ít hẳn đi và không có SV hàng đầu. Ai cũng học Kinh Tế, Quản Trị thì ai làm kỹ thuật đây?

### ĐÓN NGƯỜI

*Ta đón người từ trăng ầu thơ,  
Đêm buông đôi cánh lạnh đôi bờ;  
Mùa xuân một nửa theo dòng biển,  
Một nửa bên ta cũng đợi chờ...*

*Trăng xé vàng mà người chữa về!  
Dòng sông nghiêng mắt đợi bên đê,  
Dáng thuyền thao thức in trên nước,  
Những bước chim đi cũng nặng nề...*

*Trăng môi mòn và đêm đã khuya,  
Ven trời còn mấy giọt sao thưa,  
Chập chùng bóng núi mờ sương trắng,  
Hiu hắt bờ lau ngọn gió đùa...*

*Người vẫn chưa về đêm nay nữa,  
Đợi chờ nghe mãi những tàn phai,  
Núi Sông đã nhuộm màu tan vỡ  
Lạnh lắm ! nhân gian tiếng thở dài...*

**Lê Phương Nguyên, Saigon 1979**